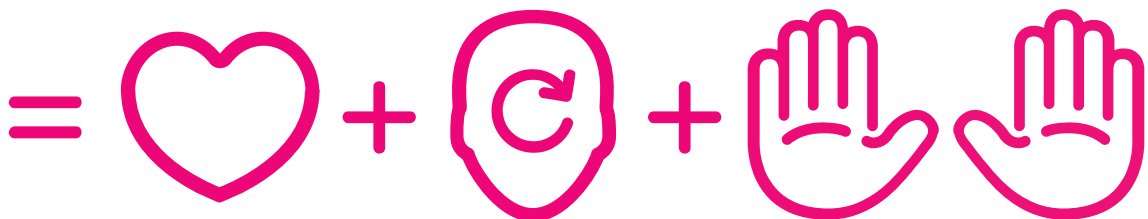


ROC Gilde Opleidingen Venlo | Roy Theunissen

LJ 1 - Periode 4 - Polytechniek N 2

13-04-2026

CRXL30KT





COLOFON

©2026 Kenteq, Amersfoort

Alle rechten voorbehouden. Niets uit deze uitgave mag worden verveelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand dan wel openbaar gemaakt in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opname, of enige andere wijze, zonder voorafgaande toestemming van de uitgever.

uitgeverij@kenteq.nl

Inhoudsopgave

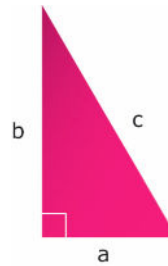
1	Pythagoras	5
1.1	Wie was Pythagoras?	6
1.2	De stelling van Pythagoras	6
1.3	3:4:5 driehoek	10
1.4	Samenvatting	11
1.5	Antwoorden	12
2	Vragen Pythagoras	13
3	Rekenregels	15
3.1	Rekenregels	16
3.2	Volgorde van handelingen	16
3.3	Haakjes verwijderen	17
3.4	Rekenregels in de praktijk	19
3.5	Samenvatting	22
3.6	Antwoorden	23
4	Vragen Rekenregels	25
5	Substitueren	29
5.1	Substitueren	30
5.2	Vermenigvuldigingsteken weglaten	30
5.3	Een a(ppel) is geen b(anaan)	31
5.4	Vereenvoudigen van een formule	31
5.5	Substitueren in stappen	32
5.6	Samenvatting	35
5.7	Antwoorden	36
6	Vragen Substitueren	37
7	Massa en dichtheid	39
7.1	Volume	40
7.2	Dichtheid	41
7.3	Massa	41
7.4	Samenvatting	44
7.5	Antwoorden	44
8	Vragen Massa en dichtheid	45

1 Pythagoras

Inleiding

Als je de stelling van Pythagoras wilt toepassen heb je een rechthoekige driehoek nodig. Ook moet je de lengte van twee zijden weten.

Met deze gegevens kun je de lengte van de derde zijde berekenen.



Rechthoekige driehoek

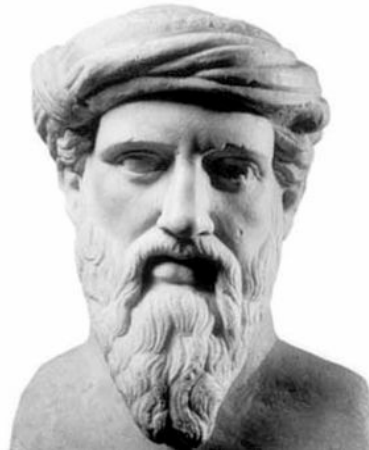
Leerdoelen

Je kunt:

- uitleggen wat je kunt uitrekenen met de stelling van Pythagoras
- de stelling van Pythagoras toepassen
- de 3:4:5 driehoek toepassen.

1.1 Wie was Pythagoras?

Pythagoras was een Griekse wiskundige. Hij heeft een formule bedacht waarmee je de zijden van een rechthoekige driehoek kunt berekenen. Deze formule heet: de stelling van Pythagoras.



Pythagoras

1.2 De stelling van Pythagoras

De stelling van Pythagoras is een formule, waarmee je de zijden van een rechthoekige driehoek kunt berekenen.

Als je de stelling van Pythagoras wilt toepassen, moet je de lengte van twee zijden weten. Met deze gegevens kun je de lengte van de derde zijde berekenen.

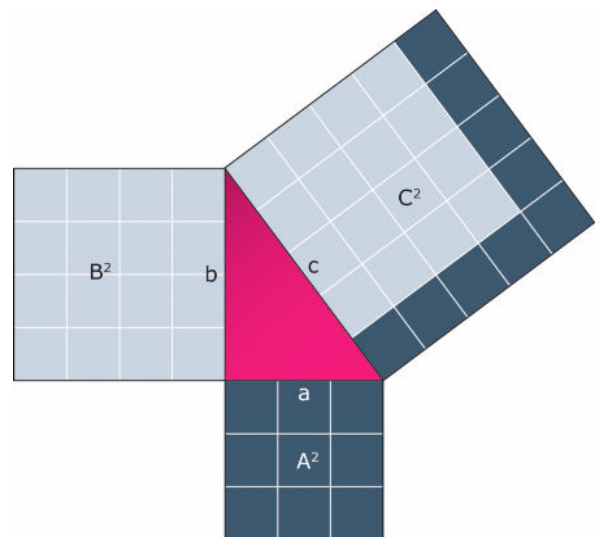
Een rechthoekige driehoek heeft:

- een korte zijde (a)
- een lange zijde (b)
- een schuine zijde (c).

De stelling van Pythagoras is:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

De lengte van zijde a in het kwadraat + de lengte van zijde b in het kwadraat = de lengte van zijde c in het kwadraat.



Voor het berekenen van de zijden gebruik je de volgende formules:

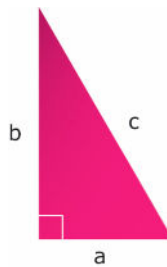
Voor het berekenen van de zijden gebruik je de volgende formules:

De schuine zijde berekenen

Bekijk de driehoek.

- Zijde a = 3 cm
- Zijde b = 4 cm

Hoe groot is zijde c?



Zijde c kun je uitrekenen met de stelling van Pythagoras. Volg de stappen:

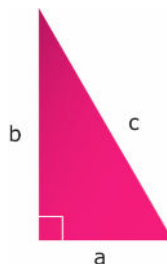
Stap 1	$c^2 = a^2 + b^2$	Dit is de formule.
Stap 2	$c^2 = 3^2 + 4^2$	Vul de gegevens in die je weet
Stap 3	$c^2 = 25$	Reken uit: $9 + 16 = 25$
Stap 4	$c = \sqrt{25} = 5$	$c^2 = 25$. Om van c^2 naar c te gaan, moet je worteltrekken. $\sqrt{25} = 5$
Stap 5	$c = 5$	Zijde c = 5 cm

De korte zijde berekenen

Bekijk de driehoek.

- Zijde b = 8 mm
- Zijde c = 10 mm

Hoe groot is zijde a?



Zijde a kun je uitrekenen met de stelling van Pythagoras. Volg de stappen:

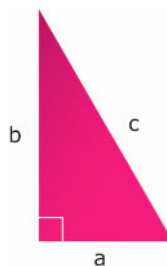
Stap 1	$a^2 = c^2 - b^2$	Dit is de formule.
Stap 2	$a^2 = 10^2 - 8^2$	Vul de gegevens in die je weet
Stap 3	$a^2 = 36$	Reken uit: $100 - 64 = 36$
Stap 4	$a = \sqrt{36} = 6$	a^2 is gelijk aan 36. Om van a^2 naar a te gaan, moet je worteltrekken. $\sqrt{36} = 6$
Stap 5	$a = 6$	Zijde a is dus 6 mm.

De lange zijde berekenen

Bekijk de driehoek.

- Zijde a = 9 mm
- Zijde c = 20 mm

Hoe groot is zijde b?

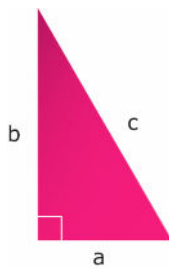


Zijde b kun je uitrekenen met de stelling van Pythagoras. Volg de stappen:

Stap 1	$b^2 = c^2 - a^2$	Dit is de formule.
Stap 2	$b^2 = 20^2 - 9^2$	Vul de gegevens in die je weet
Stap 3	$b^2 = 319$	Reken uit: $400 - 81 = 319$
Stap 4	$b = \sqrt{319} = 17,9$	b^2 is gelijk aan 319. Om van b^2 naar b te gaan, moet je worteltrekken. $\sqrt{319} = 17,9$
Stap 5	$b = 17,9$	Zijde b is dus 17,9 mm



1. Bereken de onbekende zijde van de rechthoekige driehoek.



- a. Zijde a is 9 cm lang. Zijde b is 12 cm lang.
Hoe lang is zijde c?

- b. Zijde a is 5 cm lang. Zijde b is 8 cm lang.
Hoe lang is zijde c?

- c. Zijde b is 10 cm lang. Zijde c is 12 cm lang.
Hoe lang is zijde a?

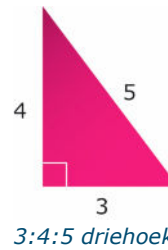
- d. Zijde b is 35 cm lang. Zijde c is 45 cm lang.
Hoe lang is zijde a?

- e. Zijde a is 2 cm lang. Zijde c is 8 cm lang.
Hoe lang is zijde b?

- f. Zijde a is 20 cm lang. Zijde c is 50 cm lang.
Hoe lang is zijde b?

1.3 3:4:5 driehoek

Bij een 3:4:5 driehoek is de verhouding van zijde a, b en c altijd 3:4:5.
Dit is de makkelijkste driehoek om de stelling van Pythagoras op toe te passen.
Je komt namelijk altijd uit op ronde getallen.



In de bouw wordt de 3:4:5 driehoek gebruikt om haakse hoeken (90°) te vormen. Wanneer de verhouding tussen de zijden 3:4:5 is, ontstaat er altijd een rechte hoek.

Zijde a	Zijde b	Zijde c
3 cm	4 cm	5 cm
6 cm	8 cm	10 cm
90 cm	120 cm	150 cm

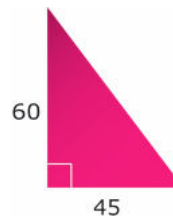


2. In de tabel staan 3:4:5 driehoeken.
Vul de lengte van de ontbrekende zijden in.

Zijde a	Zijde b	Zijde c
24 cm	32 cm	. . . cm
. . . cm	. . . cm	30 cm
3,30 cm	. . . cm	5,50 cm



3. Welke lengte heeft de schuine zijde?



1.4 Samenvatting

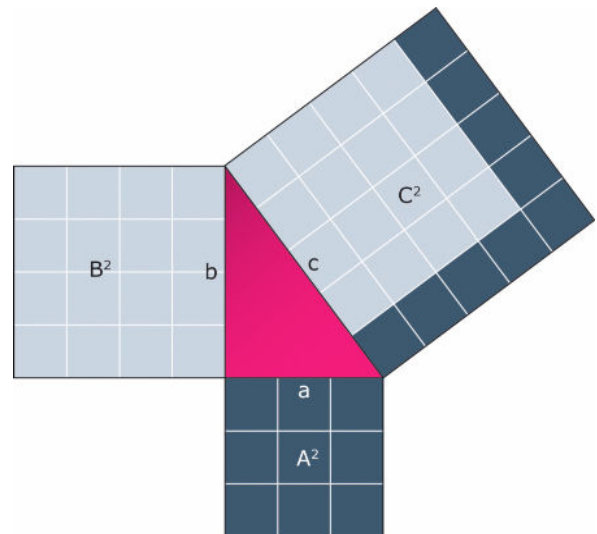
De stelling van Pythagoras is een formule, waarmee je de zijden van een rechthoekige driehoek kunt berekenen.

Een rechthoekige driehoek is een driehoek met een hoek van 90° .

De stelling van Pythagoras is:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

De lengte van zijde a in het kwadraat +
de lengte van zijde b in het kwadraat =
de lengte van zijde c in het kwadraat.

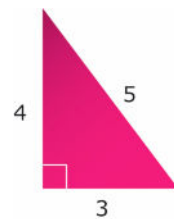


Stelling van Pythagoras	
Schuine zijde	$c^2 = a^2 + b^2$
Korte zijde	$a^2 = c^2 - b^2$
Lange zijde	$b^2 = c^2 - a^2$

Bij een 3:4:5 driehoek is de verhouding van zijde a, b en c altijd 3:4:5.

Dit is de makkelijkste driehoek om de stelling van Pythagoras op toe te passen.

Je komt namelijk altijd uit op ronde getallen.



3:4:5 driehoek

1.5 Antwoorden

Antwoord 1

- a. 15 cm
- b. 9,4 cm
- c. 6,6 cm
- d. 28,3 cm
- e. 7,7 cm
- f. 45,8 cm

Antwoord 2

Zijde a	Zijde b	Zijde c
24 cm	32 cm	40 cm
18 cm	24 cm	30 cm
3,30 cm	4,40 cm	5,50 cm

Antwoord 3

75 cm

2 Vragen Pythagoras

Vraag 1

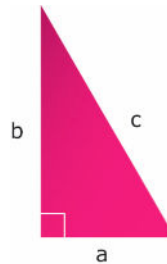
Bij welk soort driehoek pas je de stelling van Pythagoras toe?

- ☐ Gelijkbenige driehoek
- ☐ Gelijkzijdige driehoek
- ☐ Rechthoekige driehoek

Vraag 2

Je hebt een rechthoekige driehoek.

Reken met de stelling van Pythagoras de lengte van de onbekende zijde uit.



- a. Zijde a is 225 m. Zijde b is 300 m.
Hoe lang is zijde c?

- b. Zijde a is 115 m. Zijde b is 150 m.
Hoe lang is zijde c?

- c. Zijde a is 135 m. Zijde b is 200 m.
Hoe lang is zijde c?

- d. Zijde a is 117 m. Zijde c is 165,5 m.
Hoe lang is zijde b?

- e. Zijde a is 368 m. Zijde c is 671,8 m.
Hoe lang is zijde b?

- f. Zijde a is 265 m. Zijde c is 400,3 m.
Hoe lang is zijde b?

- g. Zijde b is 725 m. Zijde c is 973,7 m.
Hoe lang is zijde a?

- h. Zijde b is 953 m. Zijde c is 1265,1 m.
Hoe lang is zijde a?

- i. Zijde b is 244 m. Zijde c is 345,1 m.
Hoe lang is zijde a?

3 Rekenregels

Inleiding

Rekenregels kun je vergelijken met voorrangregels. Als je een som heb met verschillende bewerkingen, dan moet je de rekenregels toepassen. Doe je dit niet dan kan het zijn dat je een verkeerd antwoord op de som krijgt.



Leerdoelen

Je kunt:

- uitleggen wat de rekenregels zijn
- de rekenregels toepassen.

3.1 Rekenregels

Net zoals er in het verkeer voorrangsregels gelden, gebruik je met rekenen en wiskunde rekenregels.

Waarom gelden er rekenregels?

Een som waarbij je verschillende bewerkingen moet uitvoeren is soms lastig om op te lossen.

Voorbeeld

$$8 - 2 \times 3 =$$

Als je de rekenregels niet toepast, krijg je het antwoord 18.

Want $8 - 2 = 6$ en $6 \times 3 = 18$.

Als je de rekenregels wel toepast krijg je het antwoord 2.

Want $2 \times 3 = 6$ en $8 - 6 = 2$.

Wanneer je de rekenregels niet toepast krijg je een heel ander antwoord (fout antwoord), dan wanneer je de rekenregels wel toepast. Daarom is het erg belangrijk om de rekenregels toe te passen.



Rekenregels

3.2 Volgorde van handelingen

Er zijn vier rekenregels. Bij het oplossen van een som volg je, indien de bewerkingen van toepassing zijn, de volgende stappen:

Stap 1

Haakjes verwijderen.

Stap 2

Machtsverheffen en worteltrekken.

Stap 3

Vermenigvuldigen en delen.

Stap 4

Optellen en aftrekken.

Gelijkwaardigheid

- Machtsverheffen en worteltrekken zijn gelijkwaardig aan elkaar.
- Vermenigvuldigen en delen zijn gelijkwaardig aan elkaar.
- Optellen en aftrekken zijn gelijkwaardig aan elkaar.

Staan er gelijkwaardige bewerkingen in een som? Voer ze uit in de volgorde waarin ze in de som staan, dus van links naar rechts.

Voorbeeld

$$3 + 2 - 1 =$$

$$\text{Eerst } 3 + 2 \quad \Rightarrow \quad 3 + 2 = 5$$

$$\text{Dan } - 1 \quad \Rightarrow \quad 5 - 1 = 4$$

Voorbeeld

$$4 \times 2 \div 2 =$$

$$\text{Eerst } 4 \times 2 \quad \Rightarrow \quad 4 \times 2 = 8$$

$$\text{Dan } \div 2 \quad \Rightarrow \quad 8 \div 2 = 4$$

?

1. Welke volgorde moet je aanhouden bij het oplossen van deze som?

$$12 \div 3 \times 2 =$$

- ☐ Eerst 3×2 en dan $12 \div$ het antwoord van 3×2
- ☐ Eerst $12 \div 3$ en dan het antwoord $\times 2$

?

2. Je hebt de volgende som:

$$3 + (12 - 7) + 3^3 - 25 + 8 = \dots$$

- a. Welke stap doe je als eerste?

- b. Welke stap doe je als tweede?

- c. Welke stap doe je als derde?

3.3 Haakjes verwijderen

De eerste stap bij het volgen van de rekenregels is het verwijderen van de haakjes. Binnen de haakjes gelden de rekenregels. Eerst machtsverheffen en worteltrekken, daarna vermenigvuldigen en delen en ten slotte optellen en aftrekken.

Voorbeeld

$$3 + (6 + 5) =$$

Stap 1

Haakjes verwijderen.

$$(6 + 5) = 11 =$$

$$\text{Je houdt over } 3 + 11 =$$

Voorbeeld

$$3 \times (6 + 5 \times 3) + 8 =$$

Stap 1

Haakjes verwijderen.

- (1) Vermenigvuldigen.

$$5 \times 3 = 15$$

$$\text{Je houdt over } 3 \times (6 + 15) + 8 =$$

- (2) Optellen.

$$(6 + 15) = 21$$

$$\text{Je houdt over } 3 \times 21 + 8 =$$

Meerdere haakjes

Soms heb je meerdere haakjes in een som.

Voorbeeld

$$3 \times (6 + 5) + 8 - (11 - 9) =$$

De haakjes zijn gelijkwaardig aan elkaar. Dus je verwijdert als eerste de haakjes die het meest links in de som staan.

Stap 1a

Haakjes verwijderen.

$$(6 + 5) = 11$$

$$\text{Je houdt over } 3 \times 11 + 8 - (11 - 9) =$$

Stap 1b

Haakjes verwijderen.

$$(11 - 9) = 2$$

$$\text{Je houdt over } 3 \times 11 + 8 - 2 =$$

Soms heb je een som waarbij er haakjes binnen de haakjes staan. Je volgt dan ook weer de rekenregels en werkt als eerste de haakjes weg die binnen de haakjes staan. Daarna machtsverheffen en worteltrekken, vermenigvuldigen en delen en ten slotte optellen en aftrekken.

Voorbeeld

$$((15 + 2) \times 3 - 10) \times 2 =$$

Stap 1a

Haakjes *binnen de haakjes* verwijderen.

$$(15 + 2) = 17$$

$$\text{Je houdt over } (17 \times 3 - 10) \times 2 =$$

Stap 1b

Haakjes verwijderen.

- (1) Vermenigvuldigen.

$$17 \times 3 = 51$$

$$\text{Je houdt over } (51 - 10) \times 2 =$$

- (2) Aftrekken.

$$51 - 10 = 41$$

$$\text{Je houdt over } 41 \times 2 =$$

3.4 Rekenregels in de praktijk

Voorbeeld

De volgende som moet je uitrekenen met de rekenregels.

$$10 \div 2 - (2 \times 2) + 3 =$$

Stap 1

Haakjes verwijderen.

$$(2 \times 2) = 4$$

$$\text{Je houdt over } 10 \div 2 - 4 + 3 =$$

Stap 2

Machtsverheffen en worteltrekken.

Niet aan de orde.

Stap 3

Vermenigvuldigen en delen.

$$10 \div 2 = 5$$

$$\text{Je houdt over } 5 - 4 + 3$$

Stap 4

Optellen en aftrekken.

$$5 - 4 = 1 \text{ en } 1 + 3 = 4$$

Resultaat

$$10 \div 2 - (2 \times 2) + 3 = 4$$

Voorbeeld

De volgende som moet je uitrekenen met de rekenregels.

$$1 + 2 + 3^2 \times \sqrt{4} =$$

Stap 1

Haakjes verwijderen.

Niet aan de orde.

Stap 2

Machtsverheffen en worteltrekken.

$$3^2 = 9$$

$$\sqrt{4} = 2$$

$$\text{Je houdt over } 1 + 2 + 9 \times 2 =$$

Stap 3

Vermenigvuldigen en delen.

$$9 \times 2 = 18$$

$$\text{Je houdt over } 1 + 2 + 18 =$$

Stap 4

Optellen en aftrekken.

$$1 + 2 = 3 \text{ en } 3 + 18 = 21$$

Resultaat

$$1 + 2 + 3^2 \times \sqrt{4} = 21$$

Ezelsbruggetje voor de rekenregels

Om de rekenregels te onthouden, kun je het volgende ezelsbruggetje gebruiken:

'Hoe Moeten Wij Van De Onvoldoendes Afkomen?'

Haakjes
Machtsverheffen
Worteltrekken
Vermenigvuldigen
Delen
Optellen
Aftrekken

Hoe Moeten Wij Van De Onvoldoendes Afkomen?

Hoe	Haakjes	Gelijkwaardig aan elkaar. Links gaat voor rechts
Moeten	Machtsverheffen	
Wij	Worteltrekken	
Van	Vermenigvuldigen	
De	Delen	
Onvoldoendes	Optellen	
Afkomen	Aftrekken	

?

3. Reken de sommen uit zonder je rekenmachine te gebruiken.

- $3 + 4 - (2 + 3) =$
- $5 + 7 + (4 - 2) =$
- $(3 + 7) + 12 - 3 =$
- $(9 - 6) + 24 - 7 =$
- $3 + (5 - 3) + 6 =$

?

4. Verbind de som met het juiste antwoord door een streep te trekken.

$12 + \sqrt{16} - 2 =$	84
$12 + 4^2 - 2 =$	26
$3 + 12 - 7 + 3^3 - \sqrt{25} + 8 =$	95
$45 + 23 - \sqrt{81} + 6^2 =$	14
$8^2 - \sqrt{49} + 20 + 7 =$	20

?

5. Zet de sommen in de juiste volgorde en nummer van 1 t/m 4.

Begin met de som met de hoogste uitkomst.

1 voor de hoogste uitkomst en 4 voor de laagste uitkomst.

$6 \times 4 + 3 \times 4 =$		
$7 \times 12 + 3 \times 12 =$		
$12 \div 6 - 7 \times 8 =$		
$15 \times 7 - 8 \times 7 =$		

?

6. Reken de sommen uit zonder je rekenmachine te gebruiken. Je kunt een tussenstap op papier doen.

Bijvoorbeeld:

$$6 \times 12 + 4 \times 23 + 7 \times 12 + 6 \times 23 + 6 \times 12 = 72 + 92 + 84 + 138 + 72 =$$

- $6 \times 12 + 4 \times 23 + 7 \times 12 + 6 \times 23 + 6 \times 12 =$
- $20 \times 12 - 4 \times 12 - 3 \times 12 - 7 \times 12 =$
- $15 \div 5 + 16 \div 4 + 25 \div 5 + 24 \div 4 =$
- $24 \div 8 + 21 \div 7 + 32 \div 8 + 28 \div 7 =$



7. Reken de sommen uit zonder je rekenmachine te gebruiken.

a. $4 \times (10 + 50) \div 5 =$

b. $(40 + 10) \div 5 \times 2 =$

c. $40 + (10 \div 5) \times 2 =$

d. $40 + (15 \div 7\frac{1}{2}) \times 2 =$

e. $20 - 4 \times (1\frac{1}{2} + 7\frac{1}{2}) \div 3 =$

f. $(37\frac{1}{2} + 12\frac{1}{2}) \div 5 \times 2 =$

g. $28 + (26 + 6) \div \sqrt{16} \times (12 \div 3) \times 2^2 =$

3.5 Samenvatting

- Rekenregels zijn voorrangregels in rekenen en wiskunde.
Vermenigvuldigen gaat bijvoorbeeld voor optellen.
- Er zijn vier regels. Bij het oplossen van een som doorloop je de volgende stappen:

Stap 1

Haakjes verwijderen.

Stap 2

Machtsverheffen en worteltrekken.

Stap 3

Vermenigvuldigen en delen.

Stap 4

Optellen en aftrekken.

- Machtsverheffen en worteltrekken zijn gelijkwaardig aan elkaar.
Vermenigvuldigen en delen zijn gelijkwaardig aan elkaar.
Optellen en aftrekken zijn gelijkwaardig aan elkaar.
Wanneer deze bewerkingen in één som staan, dan doe je eerst de bewerking die het meest links staat.
- Om de rekenregels te onthouden kun je het volgende ezelsbruggetje gebruiken:
Hoe Moeten Wij Van De Onvoldoendes Afkomen?

3.6 Antwoorden

Antwoord 1

Eerst $12 \div 3$ en dan het antwoord $\times 2$.

Antwoord 2

- Haakjes verwijderen
- Machtsverheffen
- Optellen en aftrekken

Antwoord 3

- | | |
|-------|-------|
| a. 2 | d. 20 |
| b. 14 | e. 11 |
| c. 19 | |

Antwoord 4

$12 + \sqrt{16} - 2 =$		84
$12 + 4^2 - 2 =$		26
$3 + 12 - 7 + 3^3 - \sqrt{25} + 8 =$		95
$45 + 23 - \sqrt{81} + 6^2 =$		14
$8^2 - \sqrt{49} + 20 + 7 =$		20

Antwoord 5

$6 \times 4 + 3 \times 4 =$	3.
$7 \times 12 + 3 \times 12 =$	1.
$12 \div 6 - 7 \times 8 =$	4.
$15 \times 7 - 8 \times 7 =$	2.

1. $7 \times 12 + 3 \times 12 = 120$
2. $15 \times 7 - 8 \times 7 = 49$
3. $6 \times 4 + 3 \times 4 = 36$
4. $12 \div 6 - 7 \times 8 = -54$

Antwoord 6

- | | |
|--------|-------|
| a. 458 | c. 18 |
| b. 72 | d. 14 |

Antwoord 7

- | | |
|-------|--------|
| a. 48 | e. 8 |
| b. 20 | f. 20 |
| c. 44 | g. 156 |
| d. 44 | |

4 Vragen Rekenregels

Vraag 1

Reken uit zonder je rekenmachine te gebruiken.

- a. $12 - (4 + 3) + 5 =$
- b. $12 + (2 + 5) - 6 =$
- c. $16 - (8 + 6) =$
- d. $(10 - 5) + 2 - 3 =$
- e. $15 + 6 - (7 + 8) =$

Vraag 2

Je hebt de som $(10 - 5) + 2 \times 4 - 3 = ?$

- a. Welke stap doe je als eerste?

- b. Welke stap doe je als tweede?

- c. Welke stap doe je als derde?

- d. Wat is het antwoord van deze som?

- ☐ 3
- ☐ 8
- ☐ 9
- ☐ 10

Vraag 3

Zet de sommen in de juiste volgorde. Begin met de som met de hoogste uitkomst.

$$24 \times 6 - 15 \times 6 =$$

$$18 \times 9 - 11 \times 9 =$$

$$5 \times 8 + 4 \times 8 =$$

Vraag 4

Reken uit zonder je rekenmachine te gebruiken.

- a. $2 \times 24 + 5 \times 24 + 4 \times 25 + 3 \times 24 + 2 \times 25 =$
- b. $5 \times 15 + 3 \times 26 + 5 \times 26 + 3 \times 15 + 2 \times 26 =$
- c. $25 \times 25 - 8 \times 25 - 3 \times 25 - 9 \times 25 =$
- d. $30 \times 17 - 7 \times 17 - 9 \times 17 - 4 \times 14 =$
- e. $12 \div 3 + 18 \div 6 - 15 \div 3 + 16 \div 8 =$
- f. $28 \div 7 + 12 \times 5 + 35 \div 7 - 18 \div 6 =$
- g. $13 \times 3 + 16 \div 4 + 14 \times 3 - 14 \times 6 =$

Vraag 5

Verbind de som met het juiste antwoord door een streep te trekken.

$\sqrt{36} - 4 + 5 + 8 + 5^2 =$	13
$8 \times 4^2 + (3 - 6) =$	17
$16 - (3 \times 3) \div \sqrt{9} =$	125
$21 + (6^2 + 8) =$	7
$\sqrt{64} - \sqrt{16} + (8 - 5) =$	40
$7 \times 3 + \sqrt{16} - 4 \times 2 =$	65

Vraag 6

Reken uit zonder je rekenmachine te gebruiken.

- a. $6 \times (50 \div 10) \times 5 + 10 \div 2 =$
 b. $\sqrt{9} + 3 \div 1\frac{1}{2} + (4 \times 2 - 8) + 3^2 =$
 c. $(24 + 8) \div (16 - 8) + 5 \div 3 \times \sqrt{49} =$
 d. $168 \div (18 + 38) \div 6 \times 4 \div \sqrt{4} + 2 =$

Vraag 7

Wat is het antwoord van de som? Er kunnen meerdere antwoorden goed zijn.

$$28 + (30 - 5 \times 2) \div \sqrt{25} \times 3^2 =$$

- ☐ $28 + (50) \div \sqrt{25} \times 3^2 =$ ☐ 118
☐ $28 + (50) \div 45 =$ ☐ 29,11
☐ $28 + (20) \div 5 \times 3^2 =$ ☐ 28,44
☐ $28 + (20) \div 45 =$ ☐ 64

Vraag 8

Reken uit zonder je rekenmachine te gebruiken.

Vul de antwoorden in de puzzel in. In elk hokje komt één cijfer.

De eerste som horizontaal is voorgedaan.

1. 1	2. 4	3. 2		4.	5.		
6.				7.			8.
	9.		10.		11.		
12.			13.	14.			
15.		16.		17.		18.	
		19.	20.			21.	22.
	23.				24.		
25.				26.			

Puzzel rekenregels

Horizontaal		
1.	$112\frac{1}{2} + 37\frac{1}{2} - (40 \div 10) \times 2 =$	142
4.	$25 + 75 \div 5 \times 5 - 8 \times 10 + 900 =$	
6.	$4 \times 8 - \sqrt{36} + 18 \div 9 + 300 =$	
7.	$40 + 2^2 + 10 \div 5 - 2 =$	
9.	$4 \times (42\frac{1}{2} + 17\frac{1}{2}) \div 5 \times 13 + 24 =$	
11.	$32 \div 2 \times 31 + 15 =$	
13.	$((15 + 2) \times 3 - 10) \times 2 =$	
15.	$(8 \times 7 \div 4 - 15 \div 5) \times 44 =$	
17.	$(4 \times 22\frac{1}{2} \div 5 - 20 \div 4) \times 31 =$	
19.	$(54 \div 2 \times 3 + 48 \div 6 + 2) \times 9 =$	
21.	$4^2 + 4 \times 8 - 5 =$	
24.	$25 \times 15 + 28 \div 2 + 39 \times 5 =$	
25.	$(20 - 4) \times 3 + 6 \div 3 + 7^2 + 1 =$	
26.	$20 - 4 \times 3 + \sqrt{36} \div 3 + 2 =$	

Horizontaal

Verticaal		
1.	$20 - 8 \times 1\frac{1}{2} + 6 \div 3 + 3 =$	
2.	$(112\frac{1}{2} + 37\frac{1}{2} - 40 \div 10 \times 2) \times 3 =$	
3.	$(100 + 50 - (40 \div 10) \times 2) \times 2 =$	
4.	$100 - 6 \times 5 \div 2 + 36 \div 4 \times 1 =$	
5.	$(28 \div 7 + 4 \times 9 \div 6 - 3) \times 35 =$	
8.	$100 + 50 - 40 \div 10 \times 2 - 30 =$	
10.	$(20 - 4 \times (3 + 6) \div 3) \times 11 =$	
12.	$64 \div 2 \times 4\frac{1}{2} - 3 + 10 \div 2\frac{1}{2} =$	
14.	$(40 + (15 \div 7\frac{1}{2}) \times 2) \times 5 + 29 =$	
16.	$4 \times (7\frac{1}{2} + 52\frac{1}{2}) \div 5 =$	
18.	$8 \times 6 + (3 + 12) \times 20 =$	
20.	$(38 + 12) \div 5 \times 2 - 10 =$	
22.	$8 \times 6 - 3 + 12 \times 25 =$	
23.	$(100 + 60 - 10) \div 10 \times 2 =$	
24.	$4 \times 10 + 50 \div 5 + 2 =$	

Verticaal

5 Substitueren

Inleiding

Substitueren is het vervangen van variabelen door cijfers. Je kunt substitueren door:

- optellen en aftrekken
- vermenigvuldigen en delen
- machten en wortels.

$$a + b + c^3$$

Substitueren

Leerdoelen

Je kunt:

- uitleggen wat substitueren is
- uitleggen waarom je verschillende variabelen niet samen mag nemen
- substitueren met optellen en aftrekken
- substitueren met vermenigvuldigen en delen
- substitueren met machten en wortels.

5.1 Substitueren

Substitueren betekent **vervangen**.

In de wiskunde worden sommen soms in lettervorm weergegeven. Om de sommen op te lossen, moet je de letters vervangen door cijfers.

5.2 Vermenigvuldigingsteken weglaten

In wiskundige formules gebruik je vaak een vermenigvuldiging. Er zijn ingewikkelde en lange formules. Om elke formule overzichtelijk te houden laat je het vermenigvuldigingsteken ($\times$) weg.

Voorbeeld

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

► Let op!

Je mag het vermenigvuldigingsteken altijd weglaten, behalve tussen twee getallen die je met elkaar vermenigvuldigt.

Voorbeeld

Als er in een formule $4 \times b$ staat, schrijf je dit als $4b$

Als er in een formule $a \times b$ staat, schrijf je ab

Als er in een formule 2×6 staat, blijft dit 2×6 .

In formules mag je het $\times$ -teken weglaten, behalve tussen twee getallen die je met elkaar vermenigvuldigt.



1. Laat in de onderstaande formules, waar dat mogelijk is, de $\times$ -tekens weg.

a. $3 \times a + 5 \times 6 \Rightarrow$

b. $4 + 6 \times b \times a \Rightarrow$

c. $a \times b + 5 \times 5 \Rightarrow$

5.3 Een a(ppel) is geen b(anaan)

In een formule staan vaak verschillende letters (variabelen).

Bijvoorbeeld: $3a + 15b + 6c$.

Je mag deze verschillende letters nooit bij elkaar optellen. Een a in een formule, is geen b of een c .



Appels, bananen

> Opmerking

Een $a(ppel)$ is geen $b(anaan)$.
Daarom mag je ze niet bij elkaar optellen.

5.4 Vereenvoudigen van een formule

In een formule zie je soms vaker dezelfde letter. Dezelfde letters hebben dezelfde waarde.

Bijvoorbeeld: $3a + 15b + 6a$.

Deze formule kun je vereenvoudigen. Dit doe je door de letters die hetzelfde zijn samen te nemen. Het kan zijn dat je ze moet optellen, aftrekken, vermenigvuldigen of delen. Je begint met de letter die het eerste in het alfabet komt.

$$3a + 15b + 6a = 9a + 15b$$

> Opmerking

Je mag geen dubbele $a(ppels)$ en $b(anenen)$ over houden.
Deze moet je samenvoegen.



2. Je hebt de formule $6a + 15b + 7a$.
- Is deze formule juist opgeschreven?

- Als je vindt dat de formule onjuist is opgeschreven, hoe zou jij de formule dan opschrijven?



3. Vereenvoudig de onderstaande formules.

a. $4a + 3b - 2a + 5b$

b. $2a + 6b - a - 3b$

c. $2y - 2y - 6z + 16z$

d. $4b + 16a + 5c + 3b + 7b + 3c$

e. $2p + 3q + 7r + 3r + 6q + 5p$

5.5 Substitueren in stappen

In een formule kun je substitueren door de volgende stappen uit te voeren.

Stap 1

Vervang de variabelen door de cijfers.

Stap 2

Reken uit wat de uitkomst van de formule is.

Optellen of aftrekken

De formule $a + b + c$ kun je substitueren door de volgende stappen te nemen.

Stap 1

Vervang de variabelen door de cijfers.

$a = 6, b = 5$ en $c = 3 \Rightarrow 6 + 5 + 3$

Stap 2

Reken uit wat de uitkomst van de formule is.

$6 + 5 + 3 = 14$



4. Arjen wil graag een jas kopen. De jas kost € 225,-. Arjen heeft al € 125,- gespaard en hij krijgt van zijn ouders per week € 25,- zakgeld. Nu wil Arjen graag weten hoeveel weken (w) hij nog moet sparen voor zijn jas.

a. Stel de formule op waarmee je kunt uitrekenen hoeveel geld (g) Arjen spaart.

b. Gebruik de formule en vul in hoeveel geld Arjen heeft gespaard.

Weken gespaard (w)	0	1	2	3	4	5
Gespaard geld (g)	€ 125,-	€ _____	€ _____	€ _____	€ _____	€ _____

c. Na hoeveel weken kan Arjen de jas kopen?

5. Je hebt de formule $a + b + c^3$.

a. Substitueer de formule.

$$a = 5$$

$$b = 7$$

$$c = 3$$

b. Wat is de uitkomst van de formule?

Vermenigvuldigen of delen

De formule $\frac{abc}{a - 2c}$ kun je substitueren door de volgende stappen uit te voeren.

Stap 1

Vervang de variabelen door de cijfers.

$$a = 7$$

$$b = 5$$

$$c = 2$$

$$\frac{abc}{a - 2c} = \frac{7 \times 5 \times 2}{7 - 2 \times 2}$$

Stap 2

Reken uit wat de uitkomst van de formule is.

$$\frac{7 \times 5 \times 2}{7 - 2 \times 2} = \frac{70}{3} = 23,33$$



6. Substitueer en reken de sommen uit.

$$a = 7$$

$$b = 3$$

$$c = 2$$

$$x = 7,25$$

$$y = 5$$

$$z = 8,5$$

a.
$$\frac{4x + 7y}{2y}$$

b.
$$\frac{abc}{a - 2c}$$

? 7. Substitueer en reken de sommen uit.

$$a = 6$$

$$b = 5$$

$$c = 4$$

a. $a \times b \times c$ _____

b. $\frac{ac}{b}$ _____

c. $\frac{2ac}{b}$ _____

Machten en wortels

De formules $a^2 + b^3 - c^2$ en $\sqrt{a + b^2}$ kun je substitueren door de volgende stappen uit te voeren.

Stap 1

Vervang de variabelen door de cijfers.

$$a = 6$$

$$b = 5$$

$$\sqrt{a + b^2} = \sqrt{6 + 5^2}$$

Stap 2

Reken uit wat de uitkomst van de formule is.

$$\sqrt{6 + 5^2} = \sqrt{6 + 25} = \sqrt{31} = 5,57$$

? 8. Gegeven is de formule $\sqrt{abc}$.

$$a = 6$$

$$b = 5$$

$$c = 4$$

Wat is de uitkomst?

☐ 10,95

☐ 10,96

☐ 3,87

☐ 6,69

? 9. Reken de uitkomst van de volgende formules uit.

Gegeven is:

$$a = 5$$

$$b = 3$$

$$c = 2$$

$$x = 7,25$$

$$y = 5$$

$$z = 8,5$$

a. $\sqrt{4x + y^3 + 4z}$ _____

b. $\sqrt{a^3 + 2b^3 - c + 1}$ _____

5.6 Samenvatting

- Substitueren is het vervangen van variabelen in formules door cijfers.

In formules mag je het $\times$ -teken weglaten, behalve tussen twee getallen die je met elkaar vermenigvuldigt.

Een $a(ppel)$ is geen $b(anaan)$.
Daarom mag je ze niet bij elkaar optellen.

Je mag geen dubbele $a(ppels)$ en $b(anenen)$ over houden.
Deze moet je samenvoegen.

5.7 Antwoorden

Antwoord 1

- a. $3a + 5 \times 6$
- b. $4 + 6ab$
- c. $ab + 5 \times 5$

Antwoord 2

- a. Nee
- b. $13a + 15b$

Antwoord 3

- a. $2a + 8b$
- b. $a + 3b$
- c. $10z$
- d. $16a + 14b + 8c$
- e. $7q + 9q + 10r$

Antwoord 4

- a. $g = 125 + 25w$
- b.

Weken gespaard (w)	0	1	2	3	4	5
Gespaard geld (g)	€ 125,-	€ 150,-	€ 175,-	€ 200,-	€ 225,-	€ 250,-

- c. Na 4 weken sparen

Antwoord 5

- a. $5 + 7 + 3^3$
- b. 39

Antwoord 6

- a. 6,4
- b. 14

Antwoord 7

- a. 120
- b. 4,8
- c. 9,6

Antwoord 8

10,95

Antwoord 9

- a. 13,71
- b. 13,34

6 Vragen Substitueren

Vraag 1

Substitueer de formules.

$$a = 6$$

$$b = 4$$

$$c = 3$$

Trek een lijn van de formule naar de uitkomst die daarbij hoort.

$a + b + c$	5
$a - b + c$	21
$a^2 + b^3 - c^2$	72
$ab - c$	8,49
$bc - a$	13
$bc \div a$	4
abc	6
$ac \div b$	91
$2bc \div a$	2
$\sqrt{abc}$	4,5

Vraag 2

Substitueer de formules en reken uit:

$$a = 6$$

$$b = 2$$

$$c = 3$$

a. $\sqrt{a^3 + 2b^3 - c} + 1$

b. $\frac{4a + 7b}{c^2}$

Vraag 3

Vereenvoudig de formules.

a. $3 \times a + b \times c + 11 \times b$

b. $8 \times a + bc + 11 \times z + z \times z$

Vraag 4

Vereenvoudig de formules en reken uit.

$a = 6$

$b = 7$

$c = 8$

a. $3a + 9a - 10a$

b. $7a + 3a + 4b + 3a + 7c + 8c$

7 Massa en dichtheid

Inleiding

Alles om ons heen is gemaakt van stof. Stof is de naam die in de natuurkunde gebruikt wordt voor alles wat je kunt voelen, aanraken, zien of ruiken. Stof neemt ruimte in en heeft een bepaald gewicht. Stof heeft een volume en een massa. De massa wordt bepaald door de dichtheid van de stof.



De massa wordt bepaald door de dichtheid van de stof

Leerdoelen

Je kunt:

- benoemen wat dichtheid is
- benoemen wat massa is
- uitleggen wat in de natuurkunde het verschil is tussen massa en gewicht
- met een formule de massa van een voorwerp berekenen

7.1 Volume

Volume is wat de stof of het voorwerp aan ruimte inneemt.

Volume is een inhoud, meestal aangegeven in dm^3 of in m^3 .



Een blok hout is massief en heeft een volume.

Wat is zwaarder: 1 kg veren of 1 kg lood?

Het antwoord is natuurlijk dat ze allebei dezelfde massa hebben, ze zijn dus even zwaar. Toch zit er een heel groot verschil tussen 1 kg veren en 1 kg lood. Het volume (de grootte) is namelijk heel verschillend. In dit voorbeeld is dus de massa gelijk en het volume verschillend.



Het volume van 1kg veren is veel groter dan van 1 kg lood

Andersom kan het volume van twee verschillende materialen gelijk zijn, maar is de massa verschillend.

Dat komt door de onderlinge afstand tussen de atomen van het materiaal.

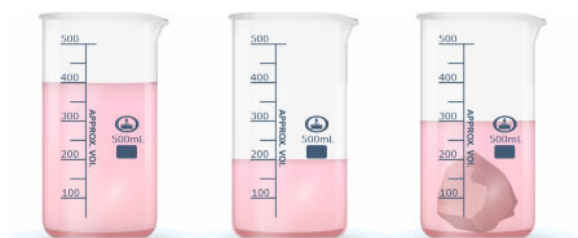
Je noemt dit de dichtheid of de soortelijke massa.

Berekenen

Het volume van een lichaam bepaal je door de lengte, breedte en hoogte met elkaar te vermenigvuldigen.

Volume = lengte x breedte x hoogte.

Voorwerpen met een onregelmatige vorm kun je moeilijk met een formule berekenen. Je bepaalt het volume door het voorwerp onder te dompelen in een maatbeker met bijvoorbeeld water.



Bepalen van het volume van een voorwerp met onregelmatige vorm

Volume voorwerp =

Volume maatbeker water met voorwerp - volume maatbeker water zonder voorwerp

7.2 Dichtheid

De dichtheid van een stof bepaal je door de massa per volume-eenheid te berekenen. Je kunt hierbij de volgende vraag stellen:

'Hoe zwaar is een stukje materiaal bij een bepaald volume?'

Elke stof heeft z'n eigen dichtheid. Dichtheid noem je ook wel soortelijke massa.



1 m³ water 1000kg 1 m³ ijzer 7900kg 1 m³ alcohol 800kg

Dichtheid van water, ijzer en alcohol

Van vrijwel alle stoffen is de soortelijke massa (de dichtheid) bepaald. Je kunt ze opzoeken in je tabellenboek.

Bruikbaarheid dichtheid

De dichtheid of soortelijke massa van vrijwel alle stoffen zijn al bepaald. Dit is heel handig omdat je:

- zonder wegen een massa kunt berekenen als je het volume weet
- zonder te meten het volume kunt berekenen als je de massa weet.

7.3 Massa

Massa is de hoeveelheid stof of materie van een voorwerp of stuk materiaal. Je kunt de massa van een voorwerp meten met een balans, weegschaal of een weegbrug.



Weegschaal

Denk bij massa aan een stadionconcert.
Hoe meer mensen er op het veld staan,
hoe dichter de massa is.



Een dichte mensenmassa bij een concert



1. Is je gewicht op de aarde hoger of lager dan op de maan?

Wat is daar de oorzaak van?

Berekenen

Je kunt de massa berekenen door volume te vermenigvuldigen met dichtheid.

massa = volume x dichtheid

$m = V \times \rho$

m = massa

V = volume

ρ = dichtheid

Voorbeeld

Gegeven

Je hebt een blok beton met een volume van $0,75 \text{ m}^3$ en een
dichtheid van 2.400 kg/m^3 .

Gevraagd

Hoeveel is de massa van het beton?

Oplossing

$m = V \times \rho$

$m = 0,75 \text{ m}^3 \times 2.400 \text{ kg/m}^3$

$m = 1.800 \text{ kg}$.



2. Je hebt een goudklomp met een massa van 96,6 kg.
De dichtheid van goud is $19,3 \text{ kg/dm}^3$.
Bereken het volume van de goudklomp.

7.4 Samenvatting

- Volume is inhoud, meestal weergegeven in dm^3 of m^3 .
- Dichtheid is de onderlinge afstand tussen atomen.
- De dichtheid is de soortelijke massa.
Het wordt weergegeven in kg/dm^3 of kg/m^3 .
- Het symbool voor dichtheid is ρ (rho).
- Massa is de hoeveelheid atomen, meestal weergegeven in kg.
- De formule om de massa te berekenen is:
 $\text{Massa} = V \times \rho$.

7.5 Antwoorden

Antwoord 1

Je gewicht is op de aarde hoger dan op de maan.

Dit komt omdat op de aarde de zwaartekracht groter is dan op de maan.

Antwoord 2

$$m = V \times \rho$$

$$96,6 \text{ kg} = V \times 19,3 \text{ kg}/\text{dm}^3$$

$$V = 5 \text{ dm}^3.$$

8 Vragen Massa en dichtheid

Vraag 1

Wat bedoel je in de natuurkunde met het woord stof?

Vraag 2

Wat wordt er in de natuurkunde bedoeld met volume?

Vraag 3

Zet de nummers van de volgende zinnen in logische volgorde:

1. Gewicht ontstaat door de zwaartekracht waarmee de aarde trekt aan een voorwerp.
2. In de natuurkunde betekenen massa en gewicht niet hetzelfde.
3. Een kracht druk je uit in Newton (N).
4. Hoe groter de massa van een voorwerp, hoe meer de zwaartekracht eraan trekt.
5. Gewicht druk je dus ook uit in Newton (N)
6. In de natuurkunde is gewicht namelijk een kracht.

Vraag 4

Je hebt een stalen balk met een ρ van $7,6 \text{ kg/dm}^3$. Het volume van de balk is 60 dm^3 .

Wat is de massa van de stalen balk?

Vraag 5

Je hebt een aluminium plaat met een dichtheid van $2,7 \text{ kg/dm}^3$.

Het volume van de plaat is 60 dm^3 .

Hoe groot is de massa van de plaat?

Vraag 6

Je hebt een stalen balk met een massa van 2.686 kg.

De dichtheid van het staal is $7,9 \text{ kg/dm}^3$.

Wat is het volume van de stalen balk?

Vraag 7

Je hebt een balk met een lengte van 4 m een breedte van 20 cm en een hoogte van 10 cm. De massa van de balk is 216 kg.

Wat is de dichtheid van de balk?

Zoek in de tabel op van welk metaal deze balk is gemaakt.

Soort stof	ρ in kg/m^3	Soort stof	ρ in kg/m^3
Alcohol	850	kwik	13600
Aluminium	2700	Lood	11400
Beton	2400	Lucht	1,2
Gietijzer	7200	Magnesium	1700
Goud	19300	Messing	8400
IJzer	7900	Platina	21500
Kalkzandsteen	1900	Vurenhout	580
Keukenzout	2150	Water (4 °C)	1000
Koper	8900	Zand (droog)	1600
Kunststof (PP)	910	Zilver	10500

Dichtheid van verschillende stoffen

Vraag 8

Je hebt een blik met 8 dm^3 smeerolie. Het hele blik heeft een massa van 7,5 kg.

Het lege blik heeft een massa van 1,1 kg.

Hoe groot is de dichtheid van de olie?

Vraag 9

Sanne koopt bij de juwelier een gouden ketting. Ze wil weten of de ketting van puur goud is. Ze weegt de ketting en deze heeft een massa van 116 g. Via de onderdompelingsmethode meet ze dat het volume van de ketting 6 cm^3 is.

Dichtheid goud is $19,3 \text{ kg/dm}^3$

Is de ketting die Sanne gekocht heeft van puur goud?

Vraag 10

Lars heeft een blokje waarvan hij het materiaal wil weten. Hij meet het blokje en het weegt 8,5 kg. Daarna meet hij het blokje op en de maten zijn $2,5 \text{ dm} \times 2 \text{ dm} \times 1 \text{ dm}$.

Van welk materiaal is het blokje van Lars?

Soort stof	ρ in kg/m^3	Soort stof	ρ in kg/m^3
Alcohol	850	kwik	13600
Aluminium	2700	Lood	11400
Beton	2400	Lucht	1,2
Gietijzer	7200	Magnesium	1700
Goud	19300	Messing	8400
IJzer	7900	Platina	21500
Kalkzandsteen	1900	Vurenhout	580
Keukenzout	2150	Water ($4 \text{ }^\circ\text{C}$)	1000
Koper	8900	Zand (droog)	1600
Kunststof (PP)	910	Zilver	10500

Dichtheid van verschillende stoffen
